

Ecuaciones logarítmicas: soluciones

Mr. Neeman, 11A. 31 de octubre, 2011.

Soluciones de la tarea

#1. Resuelva $\log_2 x + \log_2(x - 2) = 3$.

$$\log_2(x(x - 2)) = 3$$

$$x(x - 2) = 2^3$$

$$x(x - 2) = 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

Entonces $x = -2$ o $x = 4$.

$x = -2$ es extraña, porque $\log_2(-2)$ no está definido. Pero $x = 4$ sí es una solución, porque en ese caso x y $x - 2$ son positivos.

#2. Resuelva $\log_2(5x) - \log_2(x - 3) = 4$.

$$\log_2(5xx - 3) = 4$$

$$5xx - 3 = 2^4$$

$$5xx - 3 = 16$$

$$5x = 16(x - 3)$$

$$48 = 11x$$

$$x = 4811$$

Este valor es mayor que 3, así que $5x$ y $x - 3$ serían positivos, por lo que es una solución.

#3. Resuelva $\log_2 x + 2 = \log_2(2x + 4)$.

$$2 = \log_2(2x + 4) - \log_2 x$$

$$2 = \log_2(2x + 4x)$$

$$4 = 2x + 4x$$

$$4x = 2x + 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

En este caso, x y $2x + 4$ son positivos, así que sí es una solución.

#4. Resuelva $\log_2(x + 2) = \log_2(2x + 4)$ (ojo que no es lo mismo que #3).

$$x + 2 = 2x + 4$$

$$-2 = x$$

Pero entonces $x + 2$ es cero, no positivo, así que es una solución extraña, y entonces no hay soluciones para la ecuación.

#5. Resuelva $\log_{10}(x + 3) - \log_{10}(x - 1) = \log_{10} x$.

$$\log_{10}(x + 3x - 1) = \log_{10} 0x$$

$$x + 3x - 1 = x$$

$$x + 3 = x(x - 1)$$

$$x + 3 = x^2 - x$$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$0 = (x - 3)(x + 1)$$

Entonces $x = -1$ o $x = 3$. Si $x = -1$, x y $x - 1$ son negativos, así que es una solución extraña. Si $x = 3$, $x + 3$, x , y $x - 1$ todos son positivos, así que sí es una solución. Entonces la única solución es $x = 3$.