

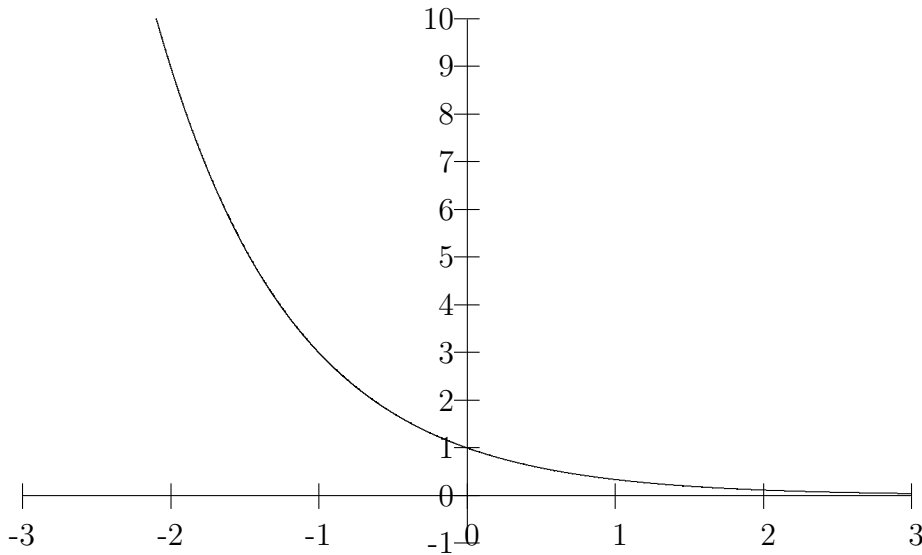
Funciones exponenciales y logarítmicas

Mr. Neeman. 11A, 21 de octubre, 2011

Tarea para el lunes

#1. Considere la función $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

(a) Esboce (sketch) su gráfica, marcando cualquiera intersección con los ejes.



(b) Encuentre:

(i) el dominio: \mathbb{R}

(ii) el ámbito: $[0, \infty[$

(iii) si es inyectiva o no: sí es inyectiva.

(iv) si es sobreyectiva o no: no es sobreyectiva.

(v) si es biyectiva o no: no es biyectiva.

(vi) la monotonía: es estrictamente decreciente.

(vii) la concavidad: es concava hacia arriba.

(viii) la imagen de $\frac{1}{2}$: $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

(ix) las preimagenes de 27, si hay: $f(x) = 27$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

$$x = 3$$

(x) las preimagenes de -2, si hay.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = -2$$

Esto no tiene soluciones, porque $\left(\frac{1}{3}\right)^x$ siempre es positivo. Entonces no hay preimagenes de -2.

(c) Suponga que el dominio es $] -\infty, \frac{3}{2}]$. Encuentre el ámbito.

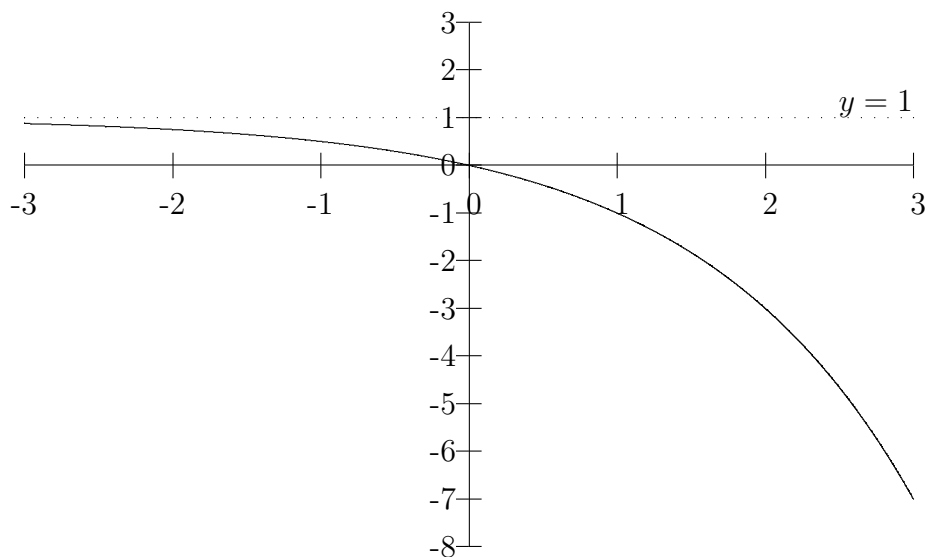
La imagen de $\frac{3}{2}$ es $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. Y cuando x va a $-\infty$ y va a ∞ . Entonces el ámbito sería $[\frac{1}{3\sqrt{3}}, \infty[$.

(d) Suponga que el ámbito es $]0, 3]$. Encuentre el dominio.

La preimagen de 3 es -1. Y y va a 0 cuando x va a ∞ . Entonces el dominio sería $[-1, \infty[$.

#2. Considere la función $f(x) = -2^x + 1$.

(a) Esboce (sketch) su gráfica, marcando cualquiera intersección con los ejes.



(b) Encuentre la imagen de -2

$$f(2) = -2^{-2} + 1 = -\frac{1}{2^2} + 1 = \frac{3}{4}$$

(c) Encuentre las preimagenes de 1, si hay.

$$1 = -2^x + 1$$

$$2^x = 0$$

No hay soluciones, porque 2^x siempre es positivo.

(d) Encuentre las preimagenes de -6 , si hay.

$$-6 = -2^x + 1$$

$$2^x = 7$$

$$x = \log_2 7$$

(e) Suponga que el dominio es $[0, \infty[$. Encuentre el ámbito.

$$\text{La imagen de } 0: f(0) = -2^0 + 1 = -1 + 1 = 0$$

Cuando x va a ∞ , $f(x)$ va a $-\infty$.

Entonces, el ámbito sería $] -\infty, 0]$.

(f) Suponga que el ámbito es $]0, -7]$. Encuentre el dominio.

La preimagen de 0 es 0.

Para la preimagen de -7 :

$$-7 = -2^x + 1$$

$$2^x = 8$$

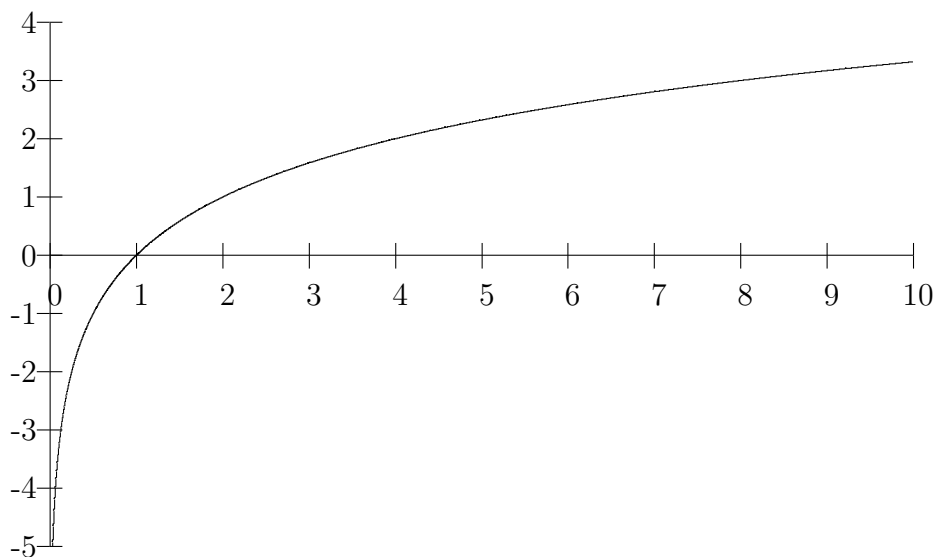
$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

Entonces, el dominio sería $]0, 3]$.

#3. Considere la función $f(x) = \log_2 x$.

(a) Esboce (sketch) su gráfica, marcando cualquiera intersección con los ejes.



(b) Encuentre:

(i) el dominio

$]0, \infty[$

(ii) el ámbito

\mathbb{R}

(iii), (iv), (v) Es inyectiva, sobreyectiva, y biyectiva.

(vi) la monotonía

Es estrictamente creciente.

(vii) la concavidad

Es concava hacia abajo.

(viii) la imagen de $\sqrt{8}$

$$f(\sqrt{8}) = \log_2 \sqrt{8} = \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

(ix) las preimagenes de -2, si hay

$$\log_2 x = -2$$

$$x = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

(x) las preimagenes de $\frac{2}{3}$, si hay.

$$\log_2 x = \frac{2}{3}$$

$$x = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4}$$

(c) Suponga que el dominio es $]1, 8]$. Encuentre el ámbito.

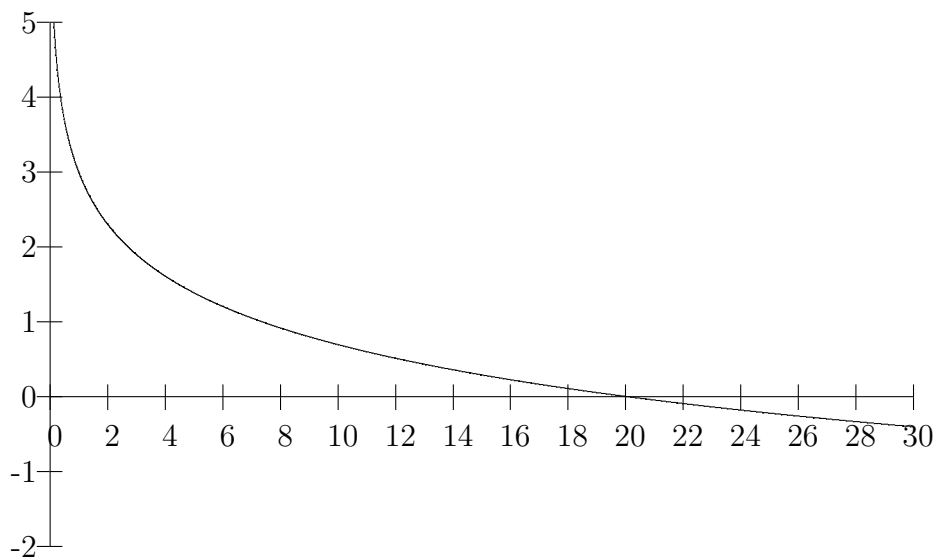
La imagen de 1 es 0, la imagen de 8 es 3. Entonces el ámbito sería $]0, 3]$.

(d) Suponga que el ámbito es $] - \infty, 0]$. Encuentre el dominio.

y va $-\infty$ cuando x va a 0. La preimagen de 0 es 1. Entonces el dominio sería $]0, 1]$.

#4. Considere la función $f(x) = 3 - \ln x$ (\ln es logaritmo natural).

(a) Esboce (sketch) su gráfica, marcando cualquiera intersección con los ejes.



Note que la intersección con el eje x es en $x = e^3$, que es aproximadamente 20.1, no es exactamente 20.

(b) Encuentre la imagen de $\frac{1}{e}$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \ln \frac{1}{e} = \ln(e^{-1}) = -1$$

(c) Encuentre las preimagenes de 0, si hay.

La preimagen de 0 es e^3 .

(d) Encuentre las preimagenes de $\frac{1}{2}$, si hay.

$$\frac{1}{2} = 3 - \ln x$$

$$\ln x = \frac{5}{2}$$

$$x = e^{\frac{5}{2}}$$

(e) Suponga que el dominio es $]0, e^2[$. Encuentre el ámbito.

$$f(e^2) = 3 - \ln(e^2) = 3 - 2 = 1$$

Cuando x va a 0, $f(x)$ va a ∞ . Entonces el ámbito sería $]1, \infty[$.

(f) Suponga que el ámbito es $] - \infty, -2]$. Encuentre el dominio.

y va a $-\infty$ cuando x va a ∞ .

Para la preimagen de -2

$$-2 = 3 - \ln x$$

$$\ln x = 5$$

$$x = e^5.$$

Entonces el dominio sería $[e^5, \infty[$.