

Ecuaciones exponenciales

Mr. Neeman, 11A. 31 de octubre, 2011.

Para resolver ecuaciones exponenciales, generalmente seguimos el siguiente procedimiento:

1. Manipular la ecuación para obtener en cada lado una función exponencial, y que las de los dos lados tengan la misma base.
2. Aplicamos la función logarítmica a ambos lados, para eliminar la exponencial.
3. Resolvemos la ecuación que resulta, recordando que pueden haber ecuaciones sin soluciones.

De otro modo, es posible simplemente aplicar el logaritmo desde el comienzo y después utilizar las propiedades logarítmicas.

E.j. #1. $2^x = 4^{x^2}$

Aquí hay que usar las leyes de potencias para cambiar la base.

$$2^x = (2^2)^{x^2}$$

$$2^x = 2^{2x^2}$$

Entonces, $x = 2x^2$, que es una ecuación cuadrática.

$$2x^2 - x = 0$$

$$x(2x - 1) = 0, \text{ así que } x = 0 \text{ o } x = \frac{1}{2}.$$

De otro modo:

Tomamos logaritmo base 2 a ambos lados:

$$\log_2(2^x) = \log_2(4^{x^2})$$

$$x = \log_2(4^{x^2})$$

$$x = x^2 \log_2 4$$

$$x = x^2 (2)$$

$$x = 2x^2, \text{ y de aquí procedemos como antes.}$$

E.j. #2. $\frac{9^x}{3} = 3^{-x}$

$$\frac{3^{2x}}{3} = 3^{-x}$$

$$3^{2x-1} = 3^{-x}$$

$$\text{Entonces, } 2x - 1 = -x, \text{ así que } x = \frac{1}{3}$$

De otro modo:

$$\log_3 \left(\frac{9^x}{3} \right) = \log_3(3^{-x})$$

$$\log_3(9^x) - \log_3 3 = \log_3(3^{-x})$$

$$x \log_3 9 - 1 = -x \log_3 3$$

$$2x - 1 = -x$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Tarea para el miércoles: resuelva las siguientes ecuaciones

#1. $\sqrt{2^x} = 4^{2x-2}$

#2. $9^{\frac{x^2}{2}+2} = 3^{4x}$

#3. $(\sqrt{5})^{-2x} = (\sqrt[3]{5})^{x+3}$

#4. $\frac{1}{5^{2x}} = 5^x$

#5. $\frac{2}{3} \left(\frac{9}{4} \right)^{2x} = \frac{4}{9}$

#6. $5(3^x) = 9^x - 4(3^x)$